

Úlohy soutěže MASO, 16. května 2007

1:1. Láďa má v pytlíku sedm modrých, čtyři zelené a tři žluté kuličky. Kolik jich musí poslepu vytáhnout, aby měl jistotu, že bude mít od každé barvy alespoň jednu?

[12]

1:2. Chlapec má stejný počet bratrů jako sester. Jeho sestra má dvakrát více bratrů než sester. Kolik je v této rodině bratrů a kolik sester?

[4 bratři, 3 sestry]

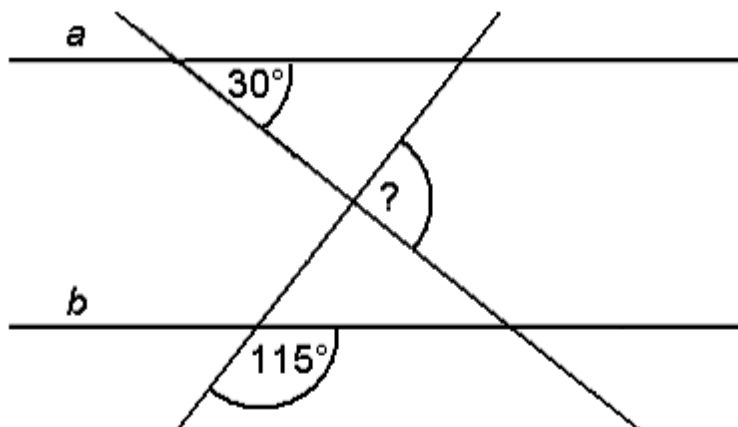
1:3. Na posledním místě trojčiferného čísla je číslice 2. Když ji přemístíme na začátek čísla, zvětší se původní číslo o třetinu své hodnoty. Najděte původní číslo.

[162]

1:4. Jana, Mája, Ivana, Luboš a František mají tato zvířata: kocoura, králíka, rybičku, papouška a andulku. Každý má právě jedno zvíře. Májino zvíře má srst. Františkovo zvíře má čtyři nohy. Zvíře Ivany má nohy. Lubošovo zvíře umí létat. Mája nemá ráda kocoury a Ivana nemá ráda papoušky. Kdo má andulku?

[Ivana]

1:5. Určete velikost úhlu, který je na obrázku označen otazníkem, pokud víte, že přímky a a b jsou rovnoběžné.



[95°]

1:6. Pes Ben se rozběhl za lišákem Foxem vzdáleným 30 m. Skoky Bena byly dva metry dlouhé. Skoky lišáka jeden metr dlouhé. Zatímco Ben udělá dva skoky, udělá Fox tři. Kolik skoků musí udělat Ben, aby chytil lišáka?

[60]

1:7. Na polici dlohou 70 cm je uloženo 22 knih dvou šířek. Hřbety menších knih mají 2 cm a hřbety větších knih mají 4 cm. Kolik větších knih je na polici, jestliže víme, že je úplně plná?

[13]

1:8. Dva skladníci nesou plechovky barev v krabicích stejné hmotnosti. Kdyby první dal druhému dvě krabice, měli by náklad stejně těžký. Kdyby dal druhý prvnímu dvě krabice, druhý by nesl o polovinu lehčí náklad než původně. Kolik krabic nese první skladník?

[8]

1:9. Kolik existuje dvojčiferných čísel takových, že cifra na místě desítek je větší než cifra na místě jednotek?

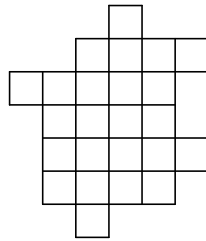
[45]

1:10. Dosadte číslice za jednotlivá písmena tak, aby zapsaná rovnost platila. Za stejná písmena dosadte stejné číslice, za různá písmena různé číslice.

$$OKO + OKO = KUK$$

$$[121 + 121 = 242 \text{ nebo } 242 + 242 = 484]$$

1:11. Kus čokolády na obrázku rozdělte na šest stejných částí. Lámat je povoleno jen podél stran čtverců sítě uvnitř útvaru.



[&]

1:12. Doplň správná znaménka, aby platilo: $13 _ 2 _ 3 = 7$

$$[13 - 2 \cdot 3 = 7]$$

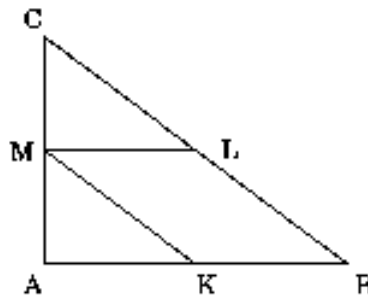
1:13. Na statku byly slepice a ovce. Dohromady měly 8 hlav a 22 noh. Kolik slepic bylo na statku?

[5]

1:14. V zahradě rostou růže, tulipány a zvonečky. Růží a tulipánů je o 20 víc než tulipánů a zvonečků. Tulipánů je o 5 víc než zvonečků. Růží je 37. Kolik květů roste v zahradě? Jiné květy než růže, tulipány a zvonečky v zahradě nejsou.

[76]

1:15. Trojúhelník se stranami $|BC| = 5 \text{ cm}$, $|AC| = 3 \text{ cm}$, $|AB| = 40 \text{ mm}$ má středy stran K , L , M . Kolik centimetrů má obvod rovnoběžníka $KBLM$?



[9 cm]

1:16. V krabici je sedm červených a pět modrých pastelek. Se zavázanýma očima máte z krabice vybrat nejmenší možný počet pastelek tak, aby mezi nimi jistě byly alespoň dvě červené a alespoň tři modré. Kolik pastelek musíte vybrat?

[10]

1:17. Na první zastávce nastoupilo do prázdného autobusu osm cestujících. Na druhé vystoupily tři čtvrtiny cestujících a nastoupilo jich dvanáct. Na třetí zastávce vystoupily tři sedminy cestujících a nastoupili tři. Kolik lidí bylo v autobuse, když vyjel ze třetí zastávky?

[11]

1:18. Za tři velké čokolády a pět malých čokolád zaplatila maminka 72 Kč. Malá byla dražší než velká čokoláda. Kolik stála jedna velká a jedna malá čokoláda, jestliže jsou jejich ceny v celých korunách?

[4 Kč, 12 Kč]

1:19. Kolikrát v čase mezi 00:00 a 23:59 budou digitální hodiny ukazovat čas, ve kterém se vyskytují číslice 2 a 7 každá právě jednou a 0 dvakrát?

[5]

1:20. V trojúhelníku ABC s vnitřními úhly α, β, γ platí: $\alpha : \beta = 1 : 2, \beta : \gamma = 10 : 3$. Vypočítejte velikost β .

[100°]

1:21. Dánským oblíbeným dopravním prostředkem je jízdní kolo. Na kole jezdí Dánové do práce, na drobné nákupy, na návštěvy, ale i na dlouhé výlety. Erik se rozhodl, že navštíví svou tetu, která je zaměstnaná v podniku, kde se vyrábí lék na diabetes, jehož je Dánsko největším výrobcem. Zavolal jí a domluvil se, kdy má přijet. Než další den vyjel, začal uvažovat, že když pojedje stálou rychlostí 15 km/h, dojede k tetě o hodinu dřív, a když by jel stálou rychlostí 10 km/h, bude mít hodinové zpoždění. Jak daleko bydlela Erikova teta?

[60 km]

1:22. Milan šetří na kolo. Už má 660 Kč. Je to o třetinu víc, než je polovina ceny kola. Kolik korun stojí kolo?

[990 Kč]

1:23. Trojnásobek čísla zvětšeného o tři a dvojnásobek stejného čísla zmenšeného o jedna jsou dohromady právě tak velké jako trojnásobek původního čísla zvětšeného o pět. Jaké je to číslo?

[4]

1:24.

	c	d
a	24	18
b	16	x

Délky stran obdélníka jsou celá čísla. Hodnoty vepsané do obdélníku jsou jejich obsahy. Vypočítejte x .

[12]

1:25. Jeden balíček bonbónů stojí deset korun. Ke každému balíčku je přiložen kupón. Za tři takovéto kupóny dostanete další balíček bonbónů. Kolik nejvíce balíčků bonbónů můžete získat za 160 korun?

[23]

1:26. V trojúhelníku je délka jedné strany 6,31 m, délka druhé strany je 0,68 m. Jaká je délka třetí strany, pokud víme, že je to v metrech celé číslo?

[6 m]

1:27. Poručík považuje trojčíferné číslo za pěkné, jestliže součet krajních číslic se rovná prostřední číslici. Kolik je takových čísel?

[45]

1:28. Dědeček je dnes čtyřikrát starší než jeho vnuk. Před dvěma roky byl dědeček o šest let mladší než byl pěti násobek vnukova věku. Kolik let má dnes vnuk?

[14]

1:29. Na palouku se pase 15 oveček a několik pastýřů je hlídá. Kdyby odešla polovina pastýřů a třetina ovcí, na palouku by zbylo 50 noh. Kolik je na palouku noh?

[80]

1:30. Mezi číslice 9 8 7 6 5 4 3 2 1 doplňte několik znamének plus, aby byl součet 99.

[9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1]

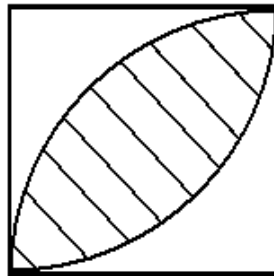
1:31. Oliver dostal k narozeninám bonboniéru. Spočítal si, že kdyby z ní každý den snědl dva bonbóny, jedl by ji o šest dní déle, než kdyby z ní jedl denně po pěti bonbónech. Nakonec se rozhodl, že pět bonbónů daruje sestře. Kolik bonbónů zůstalo Oliverovi potom, když obdaroval sestru, ale předtím, než z ní začal jíst?

[15]

1:32. „Přeměnit“ číslo bude znamenat vydělit ho dvěma a k výsledku přičíst jedna. Například když přeměníte číslo pět dostanete: $5/2 + 1 = 3,5$. Když přeměníte 3,5 dostanete 2,75. A když přeměníte toto číslo dostanete 2,375. Tedy když číslo pět „třikrát po sobě přeměníte“ dostanete číslo 2,375. Myslím si číslo y , přeměnil jsem ho čtyřikrát po sobě a dostal jsem číslo 3. Jaké číslo y jsem si myslel?

[$y = 18$]

1:33. Strana čtverce má délku a . Vypočítejte plochu vyšrafované části.



[$a^2 \cdot (\frac{\pi}{2} - 1)$]

1:34. Doplňte správná znaménka. $499 _ 23 _ 2 _ 238 = 725,5$

[$499 - 23 : 2 + 238$]

1:35. Žáci sportovní třídy byli na horách na turistickém výcviku. Za tři dny ušli 65 km. První den ušli dvakrát tolik než třetí den. Druhý den ušli o deset kilometrů méně než první den. Kolik kilometrů ušli v jednotlivých dnech?

[30 km, 20 km, 15 km]

1:36. Kolik prvních členů součtu $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$ je třeba použít, aby jejich součet byl trojčiferným číslem, které má všechny cifry stejné?

[36]

1:37. Jaké celočíselné délky stran může mít obdélník, pokud má mít obvod stejný jako obsah? Najděte taková řešení. Čtverec je také obdélník.

[$3 \times 6, 4 \times 4$]

1:38. Pokud do rovnoramenného nerovnostranného trojúhelníka narýsujeme všechny výšky, těžnice a osy úhlů, kolik čar dostaneme? (Strany trojúhelníka nepočítáme.)

[7]

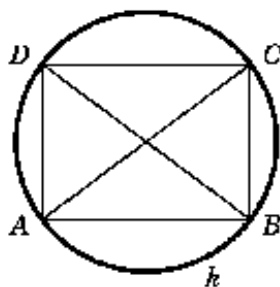
1:39. Určete počet kladných celých čísel menších než 10 000 dělitelných zároveň 4, 5 a 6.

[166]

1:40. Ve dvou kolonách aut bylo po 28 osobních autech. V obou kolonách bylo dohromady 11 značky Fiat a ostatní byla značky Škoda. Kolik Škodovek bylo v každé koloně, jestliže v první koloně na každý Fiat připadalo dvakrát méně Škodovek než v druhé koloně?

[21, 24]

- 1:41.** Obdélník $ABCD$ má délky stran $|AB| = 40$ mm a $|BC| = 30$ mm. Tomuto obdélníku je opsána kružnice k . Vypočítejte obvod kružnice k .



$$[50\pi \text{ mm} \doteq 157 \text{ mm}]$$

- 1:42.** Do třiceti lahví jsme nalili 23 litrů mléka. Dvacet lahví bylo litrových, ostatní měly stejný objem. Určete objem zbylých lahví v decilitrech.

$$[30 \text{ decilitrů (dohromady)}]$$

- 1:43.** Součin dvou kladných čísel je dvakrát větší než jejich součet a součet je třikrát větší než jejich rozdíl. Jaká jsou to čísla?

$$[6 \text{ a } 3]$$

- 1:44.** Napište číslo 1000 pomocí sedmi devítek a znamének „+ - · :“.

$$[\&, \text{ např. } 999 + 99 : 99]$$

- 1:45.** Kolik je celých čísel od 10 do 100, která mají první i poslední cifru stejnou?

$$[9]$$

- 1:46.** Před několika roky létala mezi Evropou a Amerikou nadzvuková letadla Concorde průměrnou rychlostí 1 500 km/h. Pokud z Londýna odlétá toto letadlo v pravé poledne, kdy přistane v 6 000 km vzdáleném New Yorku, podle newyorského času? Počítejte s tím, že Londýn leží na nultém poledníku a New York na poledníku 75° západní zeměpisné délky. Země se otáčí okolo své osy rychlostí $15^\circ/\text{h}$ ze západu na východ, čili v Evropě je den dříve než v Americe.

$$[11:00]$$

- 1:47.** Předevčirem jsem měl 14 roků, ale příští rok mi bude už 17. Kolikátého je dnes?

$$[1. \text{ ledna}]$$

- 1:48.** Z cifer 0 až 9 sestavte co největší číslo dělitelné jedenácti, tak, že každá cifra se v něm vyskytuje nejvýše jednou.

$$[9\ 876\ 524\ 130 \text{ (nebo najde někdo větší?)}]$$

- 1:49.** O kolik je více 2007 % z 2008 než 2008 % z 2007?

$$[\text{stejně}]$$

2:1. Zvolte různé číslice x, y tak, aby trojčíslné číslo \overline{xyx} bylo dělitelné čtyřmi a současně trojčíslné číslo \overline{yxy} bylo dělitelné třemi. Najděte všechny možnosti.

[2,5; 8,2; 6,3; 6,9]

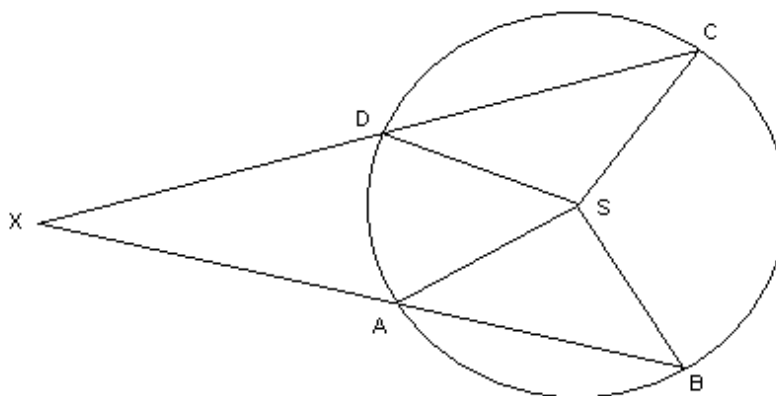
2:2. Jeden chlapec a prasátko váží dohromady stejně jako pět králíků, jedno prasátko váží stejně jako čtyři kočky. Čtyři kočky a prasátko váží stejně jako tři králíci. Kolik koček váží stejně jako chlapec?

[28/3]

2:3. Lubka má v pytlíčku koule s čísly od 1 do 21 (od každého čísla jednu kouli). Kolik nejméně koulí musí poslepu vyndat, aby měla jistotu, že bude mít dvě koule se součtem právě 22?

[12]

2:4. Na kružnici jsou vyznačeny čtyři body A, B, C, D . Platí, že $|\sphericalangle ASB| = |\sphericalangle BSC| = |\sphericalangle CSD| = 100^\circ$. Zjistěte velikost úhlu AXC .



[20°]

2:5. Kolikrát svírají ručičky hodin úhel 90° během dvanácti hodin?

[24]

2:6. Loď pluje po moři se zásobami jídla na 60 dní, každý námořník má denní přiděl 2,1 libry jídla. Po dvaceti dnech plavby přišla bouřka a pět námořníků se utopilo. Bouřka způsobila škody, které cestu prodlouží o 24 dní. Příděl jídla na jednoho námořníka se sníží na 1,5 libry jídla na den. Na konci cesty jsou snědены všechny zásoby. Kolik bylo původně námořníků?

[40]

2:7. Zahrada tvaru obdélníka má obvod 280 metrů. Délka a zahrady je k šířce b zahrady v poměru $a:b = 2:3$. Kolik ovocných stromů můžeme do zahrady vysadit, když se na jeden strom počítá s 16 m^2 plochy?

[294]

2:8. Máš tři nádoby na jablka a víš, že:

- v nádobě A je o šest jablek méně anebo dvakrát více jablek než v nádobě B ,
- v nádobě C je o pět jablek víc než v A nebo o pět méně než v B ,
- aspoň ve dvou nádobách je stejný počet jablek.

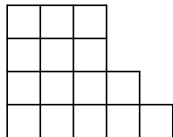
Kolik jablek je v každé nádobě?

[0 0 5]

2:9. Dana si myslí trojčíslné číslo. Když od něho odečte sedmičku, výsledek je dělitelný sedmi. Když od něho odečte osmičku, výsledek je dělitelný osmi. Pokud odečte devítku, výsledek je dělitelný devíti. Jaké číslo si Dana myslí?

[504]

2:10. Rozdělte tento útvar na tři části, které budou mít stejný tvar i velikost.



[&]

2:11. „Délka“ celého kladného čísla je počet činitelů v prvočíselném rozkladu. (Např. délka 90 je 4, protože $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.) Kolik existuje lichých kladných celých čísel délky 3, která jsou menší než 100?

[5]

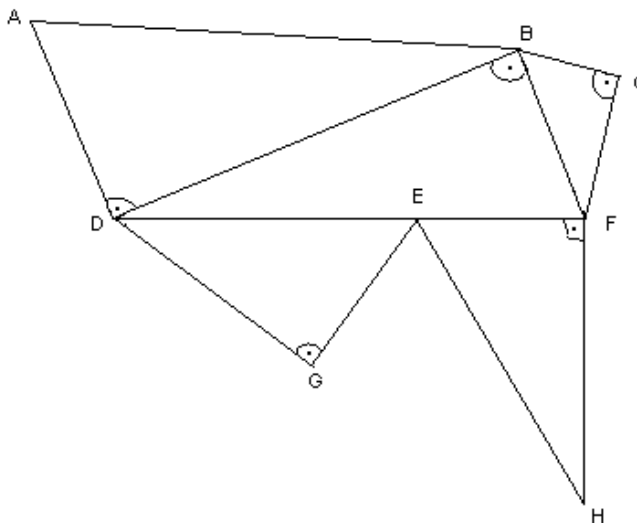
2:12. Dva cyklisté, kteří jsou od sebe vzdáleni 20 km, vyjedou současně proti sobě rychlostí 10 km/h. V té chvíli vylétne od jednoho z cyklistů moucha směrem k druhému rychlostí 15 km/h. Když k němu doletí, otočí se a opět letí k prvnímu. A takto lítá, dokud se cyklisti nepotkají. Jakou vzdálenost moucha uletí?

[15 km]

2:13. Chlapík zašel do herny s celým svým peněžním majetkem, který se skládá z bankovek hodnoty 20 franků a 1 frank. Bankovek nebylo více než dvacet. Všechny peníze vsadil na 13 a vyhrál. Když počítal výhru, zjistil, že má dohromady šestkrát více peněz než na začátku, ale také, že má teď dvacetifrankovek stejně jako předtím jednofrankovek a naopak. Kolik měl původně peněz?

[57 franků]

2:14. Na obrázku jsou pravoúhlé trojúhelníky. Víte, že $|AD| = 3$; $|DG| = |GE| = |HF| = |BC| = |CF| = 1$; $|EH| = 3$. Určete délku přepony trojúhelníka ABD .



[5]

2:15. Aneta, Ľubka, Peťo, Láďo, Kesý a Honza jsou věkově uspořádáni v tomto pořadí, přitom každý je vždy o čtyři roky starší než ten bezprostředně za ním. Honza je třikrát starší než Aneta. Kolik je Anetě let?

[10]

2:16. Kterých čísel od 1 do 999 je víc: sudých složených jenom ze sudých číslic, nebo lichých složených jenom z lichých číslic? O kolik?

[lichých o 31]

2:17. Každá stěna krychle je označena celým kladným číslem a každý vrchol této krychle také, to tak, že číslo ve vrcholu je vždy rovno součinu čísel na stěnách, kterým tento vrchol náleží. Součet čísel ve vrcholech je 70. Kolik je součet čísel na stěnách?

[14]

2:18. Mějme čtverec se stranou délky a . Opíšeme tomuto čtverci kružnici. Vypočítejte poměr obsahu kruhu ohraničeného touto kružnicí a obsahu čtverce.

[$\pi/2$]

2:19. Na planetě Gama-Centauri mají takový zvyk, že předtím, než naváží kontakt s nějakou jinou civilizací, ověří si, jestli mají aspoň základní matematické dovednosti. A tak naši průzkumníci dostali místo přivítání tento matematický příklad: Zbytek po dělení 15 nějakého čísla je 7. Zbytek po dělení téhož čísla číslem 6 je 4. Určete zbytek po dělení tohoto čísla číslem 30.

[22]

2:20. Pět kamarádů se vážilo. Jenže jejich váhy váží až od 100 kg. A to žádný z nich nemá. Tak vymysleli fintu a zvážili se vždy po dvou (všechny možné dvojice). Naměřili 129, 125, 124, 123, 122, 121, 120, 118, 116, 114 (všechno v kg). Kolik váží jednotliví chlapci?

[65, 64, 60, 58, 56]

2:21. Na dvoře ležely tři hromady cihel. Z první hromady jsme přenesli na druhou tolik cihel, kolik jich už bylo na druhé hromadě. Potom z druhé na třetí tolik, kolik bylo na třetí, a nakonec z třetí na první tolik, kolik jich na první zůstalo po prvním přenesení. Na závěr bylo na každé hromadě 640 cihel. Kolik jich bylo na hromadách původně?

[880, 560, 480]

2:22. Jaký úhel svírají ručičky na hodinách, když je 7:20?

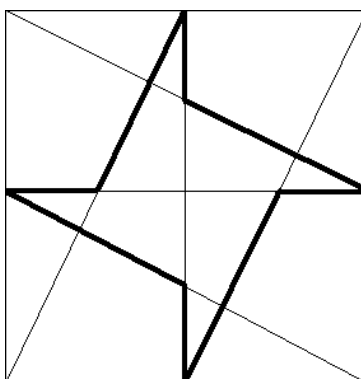
[100°]

2:23. Určete z následujícího postupu velikost výšky na stranu AC .

- 1) k ; $k(S; 2,5 \text{ cm})$
- 2) A ; $A \in k$
- 3) AC ; $S \in AC$; $C \in k$
- 4) B ; $B \in k \cap k_1(C; 4 \text{ cm})$
- 5) $\triangle ABC$

[$12/5 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$]

2:24. Na výstavě orientálního umění byl vystaven obraz ze staré Indie, kterému kdysi přisuzovali magické účely. Obraz má tvar čtverce. Čáry, které jsou na něm nakreslené spojují vrcholy a středy stran. Jaká část čtverce (vyjádřena zlomkem) je oddělena tlustou čarou?



[$1/4$]